第二次作业详解与易错点

习题课 2 · 学生自学课件

复旦大学经济学院　ECON130001

习题2-2、2-4、2-5 · 共10题

自学路径与题目索引

教材题号	内容	跳转
P45 · 2-2 第4题	使用中的供水设备数	第4页
P45 · 2-2 第6题	遇到红灯次数的分布律	第7页
P45 · 2-2 第7题	一周内的事故次数	第9页
P45 · 2-2 第9题	泊松近似	第11页
P58 · 2-4 第3题	含绝对值的密度	第14页
P58 · 2-4 第6题	随机系数方程的实根	第19页
P58 · 2-4 第8题	正态概率与分位点	第21页
P63 · 2-5 第3题	指数与对数变换	第29页
P63 · 2-5 第5题	绝对值变换	第33页
P63 · 2-5 第7题	递减变换与已知概率	第35页

先判断模型，再计算概率

题目特征	采用的方法	需核对的条件
固定次数的两种结果试验	$X \sim B(n,p)$	次数固定；各次独立；成功概率相同
题设已指定计数服从泊松分布	$X \sim \text{Poisson}(\lambda)$	λ 对应题目指定的时段
独立、同概率试验次数多，单次事件概率小	$B(n,p) \approx \text{Poisson}(np)$	近似结果应使用 $\approx$
给定概率密度函数	$\int f = 1$；$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$	非负性、取值范围、积分上下限
正态变量	$Z = (X-\mu)/\sigma$	记号中第二个参数是 σ^2
已知 X，求 $Y = g(X)$ 的分布	$F_Y(y) = P(g(X) \le y)$	先确定 Y 的取值范围，再改写事件

模型与结果的核验

概率应在 $[0,1]$ 内；分布律的概率之和为1；密度的总积分为1。**使用公式前，应先确认模型条件成立。**

2-2 第4题：使用中的供水设备数

教材 P45 • 题目

一栋大楼有5个同类型供水设备，每个设备在同一时刻被使用的概率为0.1。求同一时刻：

1. 恰有2个设备被使用的概率；
2. 至少有3个设备被使用的概率；
3. 至多有3个设备被使用的概率。

第一步：定义计数变量

令 X 表示正在使用的设备数，X 可取 $0, 1, 2, 3, 4, 5$。

求解所需的独立性假设

以下假设**各设备的使用状态相互独立**，于是 $X \sim B(5, 0.1)$。仅知道每个设备的使用概率，尚不足以确定同一时刻使用中的设备数的分布。

第4题：恰有2个与至少3个

第二步：写出分布律

恰有 k 个设备使用时，先计算指定的 k 个设备使用、其余设备不使用的概率，再乘以设备组合的数量。

$$P(X=k)=\binom{5}{k}(0.1)^k(0.9)^{5-k},\quad k=0,\dots,5$$

（1）恰有2个

$$P(X=2)=\binom{5}{2}(0.1)^2(0.9)^3=10\times0.01\times0.729=\boxed{0.0729}$$

（2）至少有3个

「至少3个」包括 $3,4,5$ 三种情况：

$$\begin{aligned}P(X\geq3)&=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)\\&=0.0081+0.00045+0.00001=\boxed{0.00856}.\end{aligned}$$

第4题：至多3个与对立事件

（3）至多有3个

对立事件是 $X \geq 4$，即4个或5个设备被使用：

$$P(X \leq 3) = 1 - P(X = 4) - P(X = 5) = 1 - 0.00045 - 0.00001 = \boxed{0.99954}$$

k	0	1	2	3	4	5
$P(X = k)$	0.59049	0.32805	0.07290	0.00810	0.00045	0.00001

易错：「至少3个」与「至多3个」有重叠

$\{X \geq 3\}$ 与 $\{X \leq 3\}$ 都包含 $X = 3$，因此它们**不是对立事件**。

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2), \qquad P(X \leq 3) = 1 - P(X \geq 4).$$

表中6项概率之和为1；将各问对应的概率相加，可核对三问的结果。

2-2 第6题：途中遇到红灯的次数

教材 P45 • 题目

从学校到火车站途经3个交通岗。在各交通岗遇到红灯的事件相互独立，概率均为 $2/5$。设 X 为途中遇到红灯的次数，求 X 的分布律。

第一步：识别二项模型

共有3次独立试验；将「遇到红灯」作为计数的事件，其概率为 $p=2/5$，未遇到红灯的概率为 $3/5$。

$$X \sim B\left(3, \frac{2}{5}\right), \qquad X \in \{0,1,2,3\}.$$

第二步：计算恰好遇到 k 次红灯的概率

每一种红灯位置组合的概率为 $(2/5)^k(3/5)^{3-k}$；从3个位置中选出 k 个红灯位置，共有 $\binom{3}{k}$ 种选择。

$$P(X=k)=\binom{3}{k}\left(\frac{2}{5}\right)^{k}\left(\frac{3}{5}\right)^{3-k}, \quad k=0,1,2,3.$$

第6题：列出完整分布律

k	计算	概率
0	$(3/5)^3$	$27/125 = 0.216$
1	$3(2/5)(3/5)^2$	$54/125 = 0.432$
2	$3(2/5)^2(3/5)$	$36/125 = 0.288$
3	$(2/5)^3$	$8/125 = 0.064$

2-2 第7题：一周的交通事故次数

教材 P45 • 题目

某城市一周内发生交通事故的次数服从参数为0.3的泊松分布。求：（1）恰好发生2次的概率；（2）至少发生1次的概率。

模型与分布律

令 X 表示一周内交通事故的次数，则

$$X \sim \text{Poisson}(0.3), \qquad P(X=k) = e^{-0.3}\frac{0.3^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

第7题：恰好2次与至少1次的概率

（1）恰好2次

$$P(X=2)=e^{-0.3}\frac{0.3^2}{2!}$$

$\boxed{P(X=2)\approx 0.03334}$。

（2）至少1次

对立事件是 $X=0$：

$$P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-e^{-0.3}$$

$\boxed{P(X\geq 1)\approx 0.25918}$。

2-2 第9题：纱锭断头次数的近似

教材 P45 • 题目

一名工人照看800个纱锭。每个纱锭在某段短时间内发生断头的概率为0.005，且每个纱锭在该时段内至多断头一次。利用泊松定理，求总断头次数超过2的概率。

第一步：建立二项模型并确定泊松近似参数

假设各纱锭的断头事件相互独立。令 X 为总断头次数，则

$$X \sim B(800, 0.005), \qquad \lambda = np = 800 \times 0.005 = 4.$$

试验次数较多、单次断头概率较小，可用参数为4的泊松分布近似该二项分布。

第二步：确定「超过2次」对应的事件

X 为整数，因此 $X > 2$ 等价于 $X \geq 3$。其对立事件是 $X \leq 2$，包括 $0, 1, 2$ 三项。

第9题：超过2次的概率与近似核验

第三步：利用对立事件计算所求概率

$$\begin{aligned} P(X>2) &= 1-P(X\le 2) \\ &\approx 1-e^{-4}\left(\frac{4^0}{0!}+\frac{4^1}{1!}+\frac{4^2}{2!}\right) \\ &= 1-e^{-4}(1+4+8) = 1-13e^{-4} \approx \boxed{0.76190}. \end{aligned}$$

核验：与二项分布的精确结果比较

$$P(X>2) = 1-\sum_{k=0}^{2}\binom{800}{k}(0.005)^k(0.995)^{800-k} \approx 0.76263.$$

泊松近似值与二项分布计算值的差约为0.00073。

易错

用泊松分布近似二项分布时，应使用「≈」。「超过2次」不包含2次，其对立事件包含0次、1次和2次。

习题2-2：离散分布的易错点

常见错误或检查项	核对方法
仅凭试验次数固定就采用二项分布	还需确认每次只有两种结果、各次独立且成功概率相同
「至少 m」的对立事件	$X \leq m-1$，不是 $X \leq m$
「至多 m」的对立事件	$X \geq m+1$
混淆近似关系与精确等式	泊松近似使用 $\approx$，并区分二项模型的精确结果

分布律的完整性检查

检查所有可能取值是否列全、各项是否非负，以及概率之和是否为1。

2-4 第3题：含绝对值的概率密度

教材 P58 · 题目

$$f(x)=Ae^{-|x|},\qquad -\infty<x<+\infty.$$

求：（1）系数 A；（2）$P(0<X<1)$；（3）X 的分布函数。

按正负区间展开绝对值

$$e^{-|x|}=\begin{cases}e^{x}, & x<0,\\ e^{-x}, & x\geq 0.\end{cases}$$

求解顺序与易错点

先由总积分为1确定 A，再求区间概率和分布函数。

当 $x<0$ 时，$-|x|=x$。不能在整个实数轴上都写成 Ae^{-x}。

第3题（1）：归一化确定系数

归一化条件：以0为分界点分段积分

$$
\begin{aligned}
1 &= \int_{-\infty}^{0} Ae^{x}\,dx + \int_{0}^{+\infty} Ae^{-x}\,dx \\
&= A[e^{x}]_{-\infty}^{0} + A[-e^{-x}]_{0}^{+\infty} \\
&= A + A = 2A.
\end{aligned}
$$

系数与对称性核验

$$
\boxed{A = \frac{1}{2}}.
$$

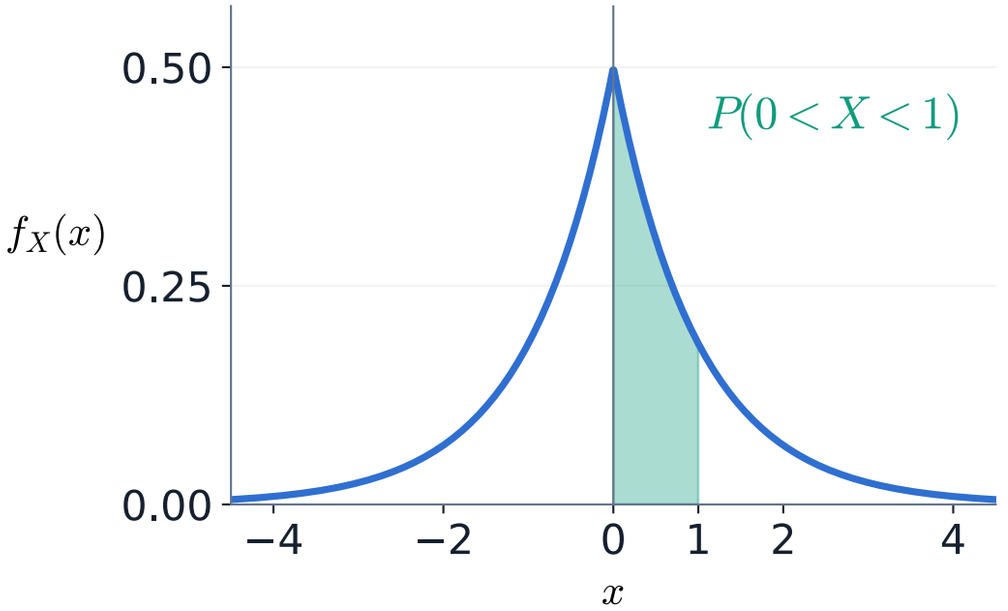
也可利用对称性写成 $1 = 2A\int_{0}^{\infty} e^{-x}\,dx = 2A$。积分须包含正、负半轴上的全部面积。

第3题（2）：区间概率是密度的积分

在区间 $(0,1)$ 上积分

此时 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-x}$，因此

$$
\begin{aligned}
P(0<X<1) &= \int_0^1 \frac{1}{2}e^{-x}\,dx \\
&= \frac{1}{2}\left[-e^{-x}\right]_0^1 \\
&= \boxed{\frac{1-e^{-1}}{2}} \approx 0.31606.
\end{aligned}
$$



阴影面积表示 $P(0<X<1)$

第3题（3）：分两段求分布函数

分布函数的积分表达式

$$F_X(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt.$$

当 $x < 0$

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{2}e^{t}\,dt = \boxed{\frac{1}{2}e^{x}}.$$

当 $x \ge 0$

将积分分为负半轴与0到 x 两部分，负半轴上的累计概率也须计入：

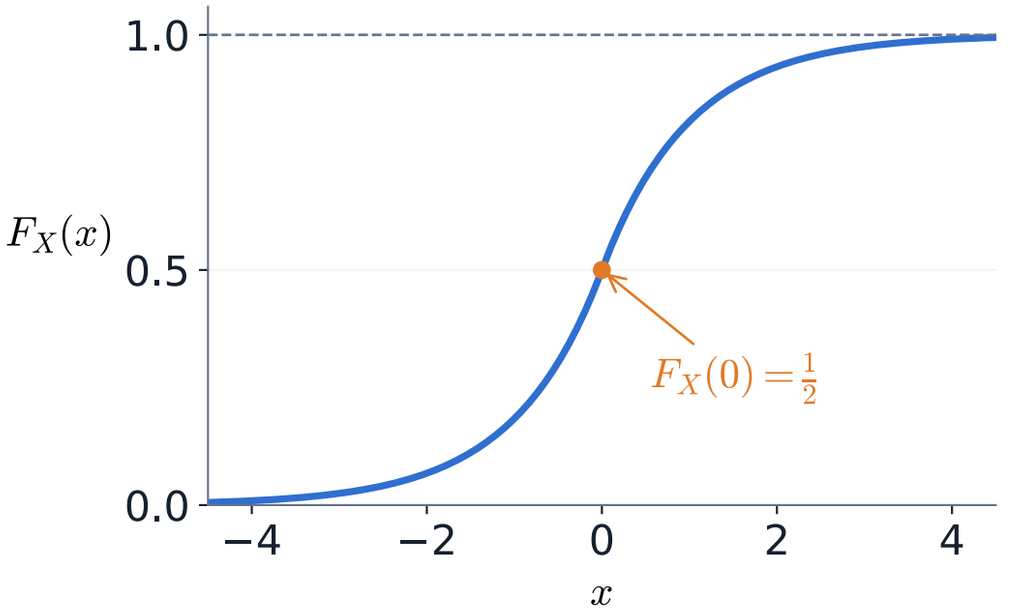
$$\begin{aligned} F_X(x) &= \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{2}e^{t}\,dt + \int_{0}^{x} \frac{1}{2}e^{-t}\,dt \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 - e^{-x}) = \boxed{1 - \frac{1}{2}e^{-x}}. \end{aligned}$$

第3题：完整结果与连续性检查

分布函数

$$F_X(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}e^{x}, & x<0,\\ 1-\dfrac{1}{2}e^{-x}, & x\geq 0.\end{cases}$$

在0处，左右极限与函数值均为 $1/2$，因此 F_X 连续。



分布函数单调递增，在负、正无穷远处分别趋于0和1；$F_X(0)=1/2$

核验：$F_X(-\infty)=0$、$F_X(+\infty)=1$，且各段不减；$F_X(1)-F_X(0)=(1-e^{-1})/2$，与第（2）问一致。

2-4 第6题：随机系数与实根条件

教材 P58 · 题目

K 在区间 $(1,6)$ 上服从均匀分布，求方程

$$x^2 + Kx + 1 = 0$$

有实根的概率。

第一步：将实根条件改写为关于 K 的事件

$$\Delta = K^2 - 4 \geq 0 \quad \Longleftrightarrow \quad K \leq -2 \text{ 或 } K \geq 2.$$

第二步：与系数的取值范围取交集

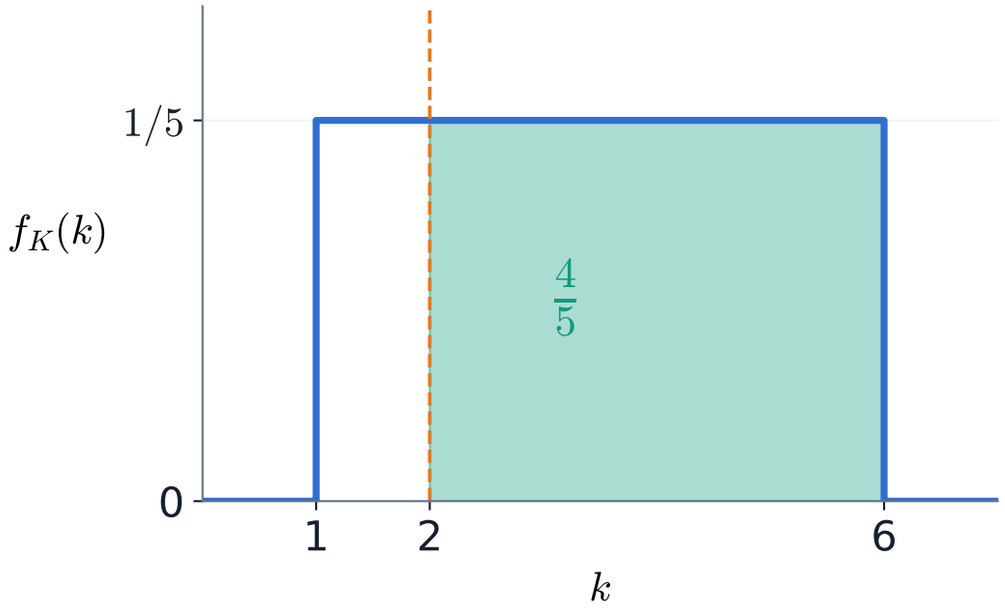
$$\{K \leq -2 \text{ 或 } K \geq 2\} \cap \{1 < K < 6\} = \{2 \leq K < 6\}.$$

第6题：均匀分布下计算区间概率

第三步：按区间长度之比计算概率

在 $(1,6)$ 上，密度为 $1/(6-1)=1/5$。

$$P(\text{有实根}) = P(2 \le K < 6)$$
$$= \int_2^6 \frac{1}{5}\,dk = \frac{6-2}{6-1} = \boxed{\frac{4}{5}}.$$



绿色阴影面积表示方程有实根的概率

判别式等于0的情形

$K=2$ 时有重根，仍属于「有实根」；由于 $P(K=2)=0$，是否计入这一端点不影响结果。

2-4 第8题：正态分布的概率与分位点

教材 P58 • 题目

设 $X \sim N(3, 2^2)$。

1. 求 $P(2 < X \leq 5)$、$P(|X| > 2)$、$P(X > 3)$；
2. 确定 c，使 $P(X > c) = P(X \leq c)$；
3. 若 $P(X > d) \geq 0.9$，问 d 至多为多少？

统一标准化

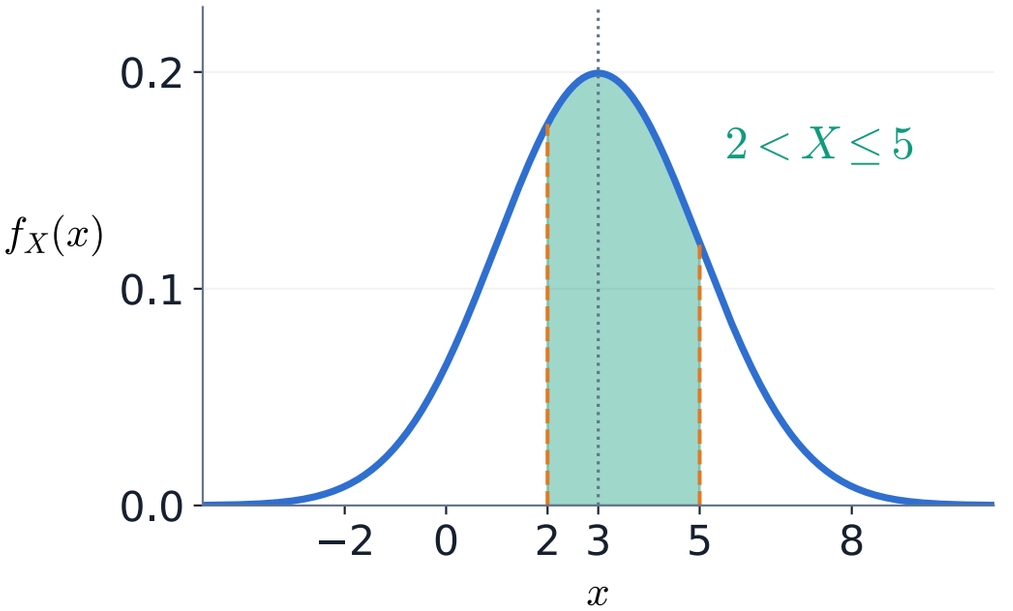
$$\mu = 3, \quad \sigma = 2, \qquad Z = \frac{X - 3}{2} \sim N(0, 1).$$

记 $\Phi(z) = P(Z \leq z)$ 为标准正态分布函数。第二个参数为 $\sigma^2 = 4$，标准化时分母是 $\sigma = 2$。

第8题（1）：区间概率与均值右侧概率

$P(2 < X \le 5)$

$$
\begin{aligned}
P(2 < X \le 5) &= P(-0.5 < Z \le 1) \\
&= \Phi(1) - \Phi(-0.5) \\
&= \Phi(1) + \Phi(0.5) - 1 \\
&\approx 0.84134 + 0.69146 - 1 \\
&= 0.53280 \approx \boxed{0.5328}.
\end{aligned}
$$



区间的两个端点2和5都须标准化

$P(X > 3)$

$$
P(X > 3) = P(Z > 0) = 1 - \Phi(0) = \boxed{\frac{1}{2}}.
$$

正态分布关于均值3对称，均值两侧的概率各为一半。

第8题（1）：绝对值事件分成两侧

先改写事件

$$\{|X|>2\}=\{X<-2\}\cup\{X>2\}.$$

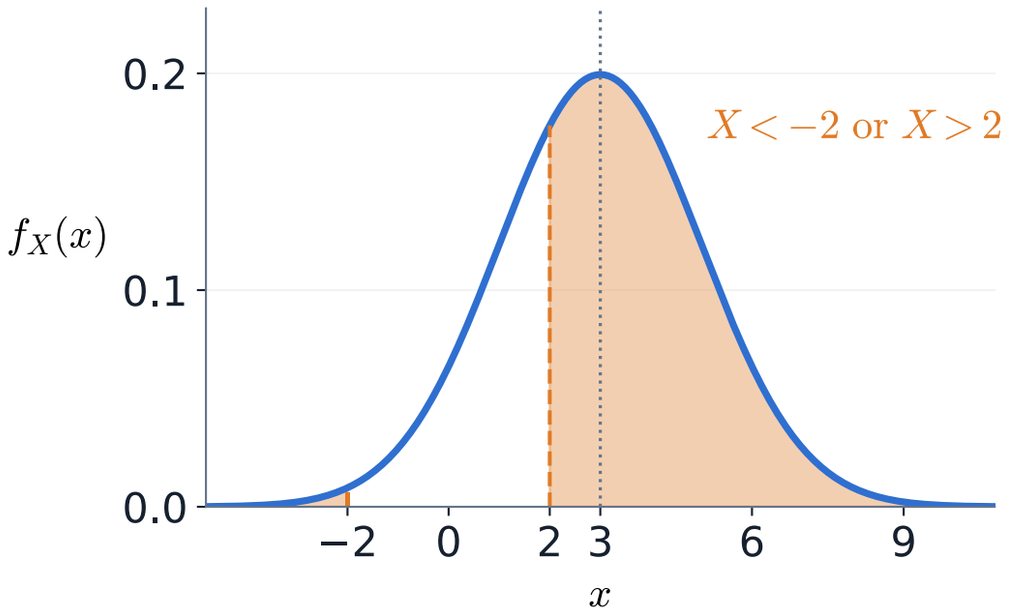
两部分互斥，因此概率相加。

分别标准化两个阈值

$$\begin{aligned}P(|X|>2)&=\Phi\left(\frac{-2-3}{2}\right)+1-\Phi\left(\frac{2-3}{2}\right)\\&=\Phi(-2.5)+1-\Phi(-0.5)\\&\approx 0.00621+0.69146\\&=0.69767\approx\boxed{0.6977}.\end{aligned}$$

易错

本题不能写成 $2P(X>2)$。也可利用对立事件：$1-P(-2\le X\le 2)$，但两个端点都必须标准化。



两侧概率并不相等：分布中心是3，而不是0

第8题（2）：两侧概率相等的分界点

将题设条件写成分布函数方程

$$P(X > c) = P(X \le c) \quad \Longrightarrow \quad 1 - F_X(c) = F_X(c).$$

$$F_X(c) = \frac{1}{2}.$$

用标准正态分布求解

$$\Phi\left(\frac{c-3}{2}\right) = \frac{1}{2} = \Phi(0).$$

标准正态分布函数严格递增，因此

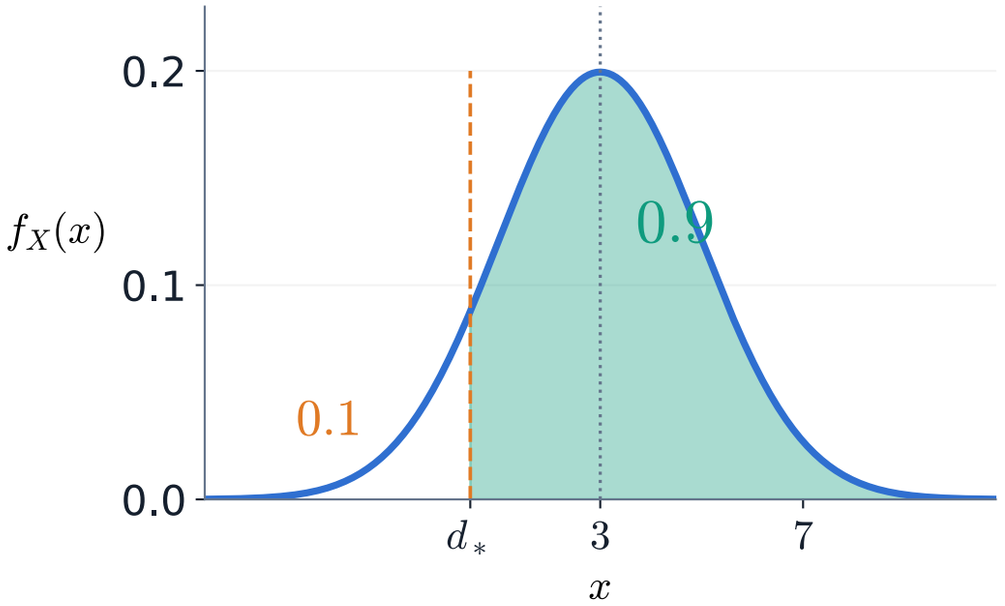
$$\frac{c-3}{2} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{c = 3}.$$

第8题（3）：由概率下限求阈值上限

第一步：用分布函数表示右侧概率

$$P(X > d) \geq 0.9 \quad \Longleftrightarrow \quad F_X(d) \leq 0.1.$$

$$\Phi\left(\frac{d-3}{2}\right) \leq 0.1.$$



阈值越大，右侧概率越小；边界处右侧概率为0.9

阈值上界与右侧概率的关系

d 增大时，密度曲线在 $X > d$ 区域下的面积减小。要使右侧概率至少为0.9，d 应不超过右侧概率恰为0.9时的临界值。

第8题（3）：用分位点求精确上界

分位点的含义

取满足 $\Phi(z_{0.1}) = 0.1$ 的点，即标准正态分布左侧概率为0.1的位置。用 Φ^{-1} 表示反函数：

$$z_{0.1} = \Phi^{-1}(0.1) \approx -1.2815516.$$

利用严格递增性

$$\Phi\left(\frac{d-3}{2}\right) \le 0.1 \iff \frac{d-3}{2} \le z_{0.1}$$

$$\iff \boxed{d \le d_* = 3 + 2\Phi^{-1}(0.1)}.$$

数值计算给出 $d_* \approx 0.4368969$。

易错：方向与舍入

本题求 d 的**最大允许值**。例如 $d = 0.43$ 时右侧概率约0.90060，符合条件；$d = 0.44$ 时约0.89973，不符合。判定是否满足条件时，应使用精确上界，不能将上界向上舍入。

习题2-4：连续分布的易错点

问题	正确处理
混淆密度取值与概率	区间概率由密度的积分计算；单点概率 $P(X=x)=0$
求 $F(x)$ 时从0开始积分	从 $-\infty$ 积分，或在分段积分时补全此前的累计概率
含绝对值而不分段	先按符号区间写出 $e^{-\lvert x\rvert}$ 的表达式
误将 σ^2 作为标准差	标准化分母为 σ
绝对值概率直接乘2	先检查分布是否关于0对称
求阈值时误判不等号方向	先写为分布函数不等式，再利用分布函数的单调性

本组题均涉及连续型随机变量，单点概率为0，因此区间端点是否包含在内不影响概率。

习题2-5：随机变量变换的通用步骤

分布函数法

1. 根据 X 的取值范围，先确定 $Y=g(X)$ 的取值范围。
2. 写出 $F_Y(y)=P(g(X)\le y)$。
3. 将关于 Y 的事件改写成关于 X 的事件，再计算概率。
4. 若 Y 有密度，在各可导区间对 F_Y 求导，并写明各区间的密度取值。

三类变换的事件改写

变换	事件改写时的重点
$Y=e^X$	单调递增，取对数后不等号同向
$Y=-2\ln X$ 或 $Y=1-X$	单调递减，解不等式时方向反转
$Y=\lvert X\rvert$	当 y 为正数时，须同时考虑 $X=y$ 与 $X=-y$

自检

密度要非负、积分为1。使用反函数法求密度时，除代入反函数外，还须乘以反函数导数的绝对值。

2-5 第3题：均匀分布随机变量的两种变换

教材 P63 • 题目

X 在 $(0,1)$ 上服从均匀分布，求：（1） $Y=e^X$ 的概率密度；（2） $Y=-2\ln X$ 的概率密度。

（1）先求变换后的分布函数

因为 $0<X<1$，所以 $1<Y<e$。当 $1<y<e$ 时：

$$F_Y(y)=P(e^X\le y)=P(X\le \ln y)=\ln y.$$

最后一步使用 $X\sim U(0,1)$，且此时 $0<\ln y<1$。

分布函数的完整分段表达式

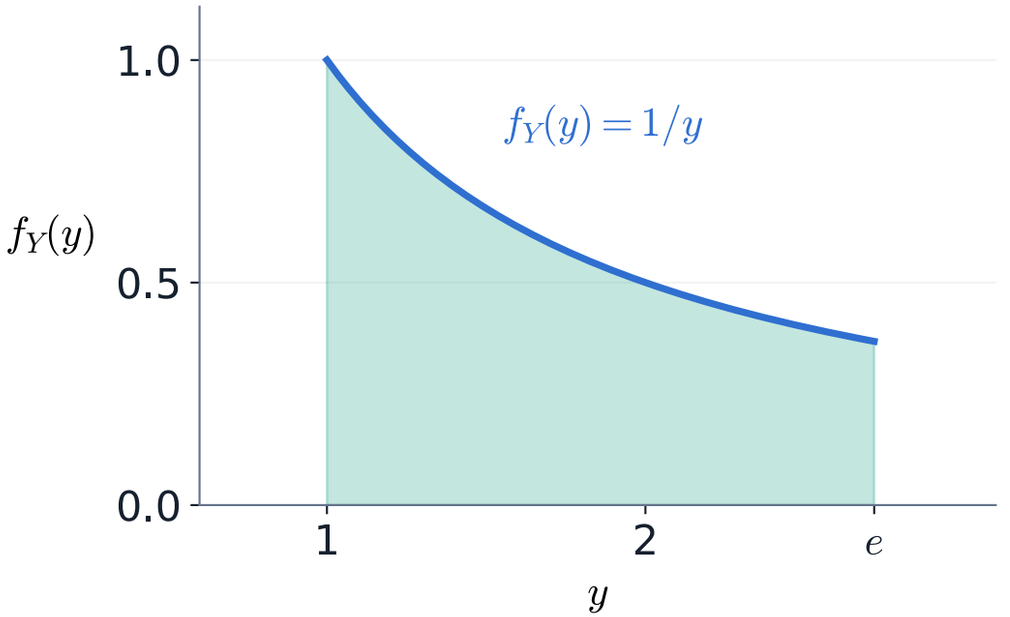
$$F_Y(y)=\begin{cases}0, & y\le 1,\\ \ln y, & 1<y<e,\\ 1, & y\ge e.\end{cases}$$

第3题（1）：求导得到密度

对区间内部的分布函数求导

$$\boxed{f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{y}, & 1<y<e,\\ 0, & \text{其他.}\end{cases}}$$

$$\int_1^e \frac{1}{y}\,dy=[\ln y]_1^e=1.$$



变换后的密度随 y 变化，不再是均匀密度

反函数核验：$x=\ln y$，$|dx/dy|=1/y$，故 $f_Y(y)=f_X(\ln y)|dx/dy|=1/y$。

第3题（2）：递减变换的不等号方向

第一步：确定取值范围

$0 < X < 1$，所以 $\ln X < 0$，从而 $Y = -2\ln X > 0$。

第二步：对 $y > 0$ 改写事件

$$-2\ln X \le y \iff \ln X \ge -\frac{y}{2}$$
$$\iff X \ge e^{-y/2}.$$

上述等价变形中，除以负数−2时，不等号方向反转。

第三步：计算累计概率

$$F_Y(y) = P(X \ge e^{-y/2}) = 1 - e^{-y/2}, \qquad y > 0.$$

这里 $e^{-y/2} \in (0,1)$，所求概率是该阈值右侧的区间长度。$y \le 0$ 时 $F_Y(y) = 0$。

第3题（2）：密度及参数核验

对分布函数求导

$$\boxed{f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}e^{-y/2}, & y>0,\\ 0, & y\le 0.\end{cases}}$$

这是参数为 $\lambda=1/2$ 的指数分布。

积分检验

$$\int_0^{\infty}\frac{1}{2}e^{-y/2}\,dy=\left[-e^{-y/2}\right]_0^{\infty}=1.$$

反函数检验

$x=e^{-y/2}$，故 $|dx/dy|=\frac{1}{2}e^{-y/2}$。在变换对应的区间内乘以原密度 $f_X(x)=1$，所得 $f_Y(y)$ 与求导结果一致。

2-5 第5题：标准正态变量的绝对值

教材 P63 • 题目

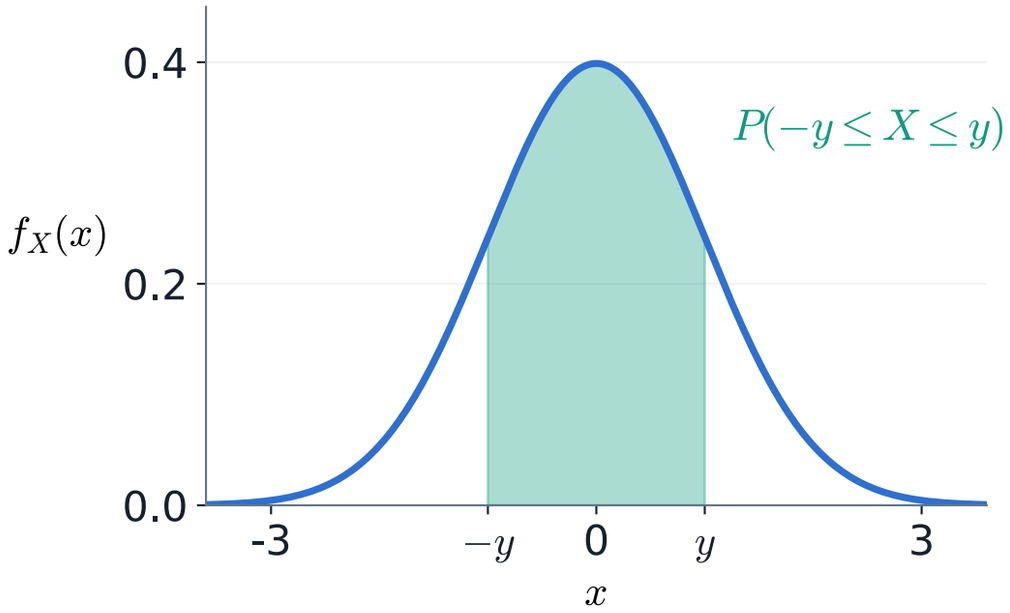
设 $X \sim N(0,1)$，求 $Y = |X|$ 的概率密度。

先求分布函数

$Y \geq 0$，因此 $y < 0$ 时 $F_Y(y) = 0$。当 $y \geq 0$ 时：

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= P(|X| \leq y) \\ &= P(-y \leq X \leq y) \\ &= \Phi(y) - \Phi(-y) \\ &= 2\Phi(y) - 1. \end{aligned}$$

其中 Φ 为标准正态分布函数。



绝对值不超过 y，对应原变量位于 $[-y, y]$

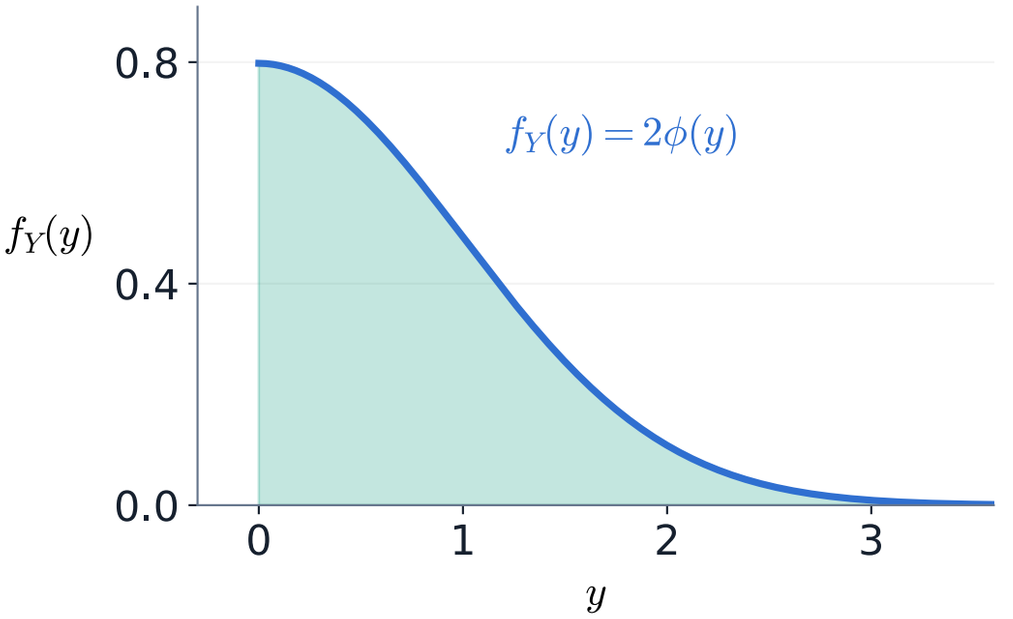
第5题：绝对值变换须同时考虑正、负取值

对 $y>0$ 求导

标准正态密度为 $\phi(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-y^2/2}$，因此

$$\boxed{f_Y(y)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}e^{-y^2/2}, & y>0,\\ 0, & y\le 0.\end{cases}}$$

这里 $f_Y(y)=2\phi(y)=\phi(y)+\phi(-y)$；同一绝对值对应原变量的 $y,-y$ 两种取值，两处的密度须相加。



正半轴上的总面积为1

核验与对照

$$\int_0^{\infty}2\phi(y)\,dy=2\times\frac{1}{2}=1,\qquad P(Y=0)=P(X=0)=0.$$

本题的原分布关于0对称，两处密度相等。第23页习题2-4第8题的分布关于3对称，正、负阈值两侧的概率不相等。

2-5 第7题：利用已知概率确定阈值

教材 P63 • 题目

X 是在 $[0,1]$ 上取值的连续型随机变量，且 $P(X \le 0.29) = 0.75$。若 $Y = 1 - X$，确定 k，使 $P(Y \le k) = 0.25$。

第一步：改写事件

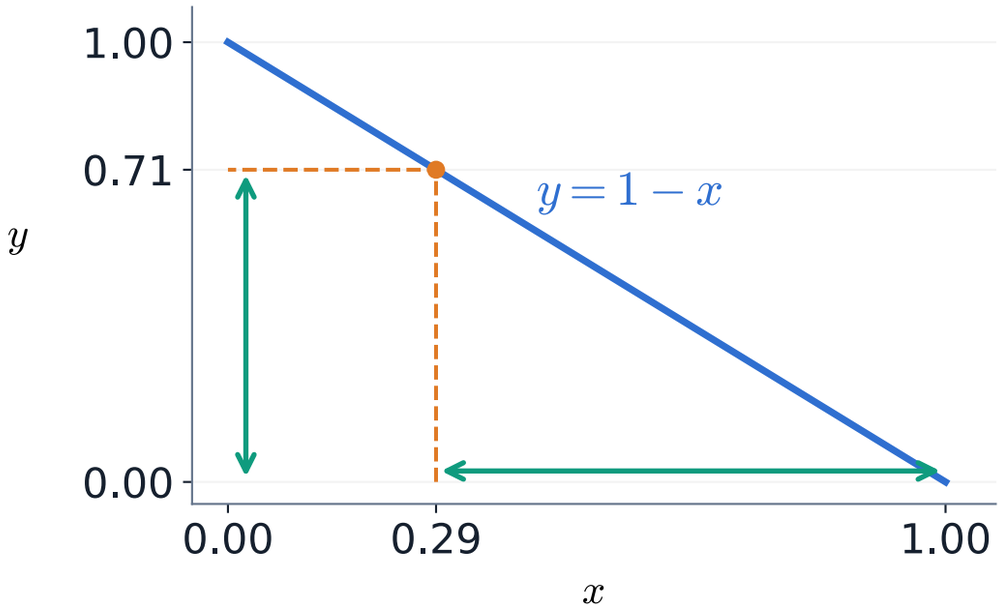
$$\{Y \le k\} = \{1 - X \le k\} = \{X \ge 1 - k\}.$$

变换单调递减；Y 不超过给定阈值，对应 X 不小于变换后的阈值。

第二步：使用连续性

$$P(X \ge 1 - k) = 1 - P(X < 1 - k) = 1 - F_X(1 - k).$$

由于单点概率为0，上式中「小于」与「小于等于」对应的概率相等。



图表示取值映射，不表示 X 的密度

第7题：阈值的求解及唯一性说明

由已知概率选择阈值

$$P(Y \le k) = 0.25 \quad \Longleftrightarrow \quad F_X(1-k) = 0.75.$$

已知 $F_X(0.29) = 0.75$，所以可令 $1-k = 0.29$，得到

$$\boxed{k = 0.71 \text{ 是一个满足条件的值}}.$$

代回原事件核验

$$P(Y \le 0.71) = P(X \ge 0.29) = 1 - P(X < 0.29) = 1 - 0.75 = 0.25.$$

题设不保证均匀分布或解的唯一性

- **取值范围为 $[0,1]$，不代表服从均匀分布。**若为均匀分布，$F_X(0.29)$ 应等于0.29，与题设不同。
- 题设可保证 $k = 0.71$ 满足条件。但连续分布函数可能在某一区间内保持不变，仅凭连续性不能保证解唯一。

习题2-5：变换分布的易错点

易错做法	正确做法
使用公式前未确定取值范围	先确定 Y 的取值范围，再分段写出分布函数与密度
忽略递减变换中的不等号方向	完整写出 $g(X) \le y$ 的等价事件
代入反函数后遗漏导数因子	若用反函数法，乘以 $\lvert dx/dy \rvert$
绝对值变换仅考虑正值一侧	按 $-y \le X \le y$ 计算，须包含整个区间
仅凭取值区间就假设均匀分布	只使用题设已给出的分布或概率信息
误认为连续分布函数必严格递增	分布函数连续时仍可能在某一区间保持不变，需另行判断解的唯一性

求出密度后的检验

写明非零区间，检查非负性与总积分。单个端点处的密度取值不影响概率。

答案速查：习题2-2

题号	结果
4	在独立使用假设下：$P(X=2)=0.0729$；$P(X\geq 3)=0.00856$；$P(X\leq 3)=0.99954$
6	$X\sim B(3,2/5)$；$k=0,1,2,3$ 的概率依次为 $27/125, 54/125, 36/125, 8/125$
7	$P(X=2)=0.045e^{-0.3}\approx 0.03334$；$P(X\geq 1)=1-e^{-0.3}\approx 0.25918$
9	在独立断头假设下，泊松近似为：$P(X>2)\approx 1-13e^{-4}\approx 0.76190$

答案速查：习题2-4

第3题

$A=1/2$；$P(0<X<1)=(1-e^{-1})/2\approx 0.31606$。

$$F_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x}, & x<0,\\ 1-\frac{1}{2}e^{-x}, & x\geq 0.\end{cases}$$

第6题

$$P(\text{有实根})=\frac{4}{5}.$$

第8题

（1）三个概率依次为 0.5328、0.6977、0.5；（2）$c=3$。

（3）$d\leq 3+2\Phi^{-1}(0.1)$，该上界的近似值为 0.4368969。

答案速查：习题2-5

题号	密度或阈值
3（1）	$f_Y(y)=1/y$，$1<y<e$；其余为0
3（2）	$f_Y(y)=\frac{1}{2}e^{-y/2}$，$y>0$；其余为0
5	$f_Y(y)=\sqrt{2/\pi}\,e^{-y^2/2}$，$y>0$；其余为0
7	可取 $k=0.71$，且 $P(Y\le 0.71)=0.25$

解答自检：模型、事件与结果

建模与事件

- 二项模型是否满足次数固定、每次两种结果、各次独立且成功概率相同？
- 「至少」「至多」「超过」是否对应正确的整数取值范围？
- 近似分布是否使用了正确参数和近似符号？

连续分布与变换

- 求分布函数时，是否计入积分上限左侧的全部概率？
- 正态标准化是否除以 σ，事件中的各个阈值是否都已标准化？
- 变换后的取值范围、不等号方向以及原变量的所有对应取值是否已核对？
- 密度是否非负、积分为1，答案是否代回原事件核验？

返回题目索引